

Àlgebra - Informàtica de Gestió i de Sistemes
Curs 2007-2008

Setena entrega d'exercicis

1) Considerau la matriu real $A = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

- a) Determinau els valors propis de A . Diagonalitzau A , és a dir, trobau una matriu diagonal D i una matriu P invertible tals que $A = PDP^{-1}$.
- b) Calculau A^n per a $n \geq 1$.
- c) Considerau les tres successions reals u_n, v_n, w_n definides pels seus primers termes u_0, v_0, w_0 i les relacions següents:

$$\begin{aligned} u_n &= -4u_{n-1} - 6v_{n-1} \\ v_n &= 3u_{n-1} + 5v_{n-1} \\ w_n &= 3u_{n-1} + 6v_{n-1} + 5w_{n-1} \end{aligned}$$

Calculau u_n, v_n i w_n en funció de n i de u_0, v_0, w_0 .

Suggeriment: Notau que les relacions anteriors es poden escriure matricialment com $U_n = AU_{n-1}$ on $U_n = \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix}$ i $U_n = \begin{pmatrix} u_{n-1} \\ v_{n-1} \\ w_{n-1} \end{pmatrix}$ i provau que $U_n = A^n U_0$ per a tot $n \geq 1$.

2) Donades les rectes r_1 i r_2 , i el plans π_1 i π_2 en \mathbb{A}^3

$$\begin{aligned} r_1 &= (1, 0, 2) + \langle (-2, 1, 3) \rangle \\ r_2 &= (6, -2, 4) + \langle (-2, 1, 3) \rangle \\ \pi_1 &= (3, 0, 1) + \langle (-2, 0, 1), (4, -2, -6) \rangle \\ \pi_2 &= (-2, 0, -4) + \langle (0, 0, 1), (1, 0, 1) \rangle, \end{aligned}$$

- a) Digueu si el punt $(1, 0, 2)$ pertany a qualsevol de les quatre varietats lineals.
- b) Calculau la varietat lineal $r_1 \cap \pi_1$ i la seva dimensió.
- c) Calculau la varietat lineal $r_2 \oplus \pi_2$ i la seva dimensió,
- d) Calculau la posició relativa entre r_1 i r_2 i entre π_1 i π_2 ,
- e) Trobau les equacions en coordenades cartesianes de les quatre varietats lineals.

- Observacions: els exercicis s'han d'entregar de manera raonada i amb claredat.
- Entrega: fins 10 de juny a les 12 hores. No hi haurà autoavaluació.